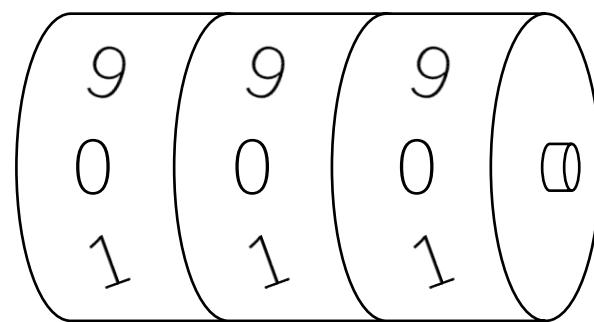
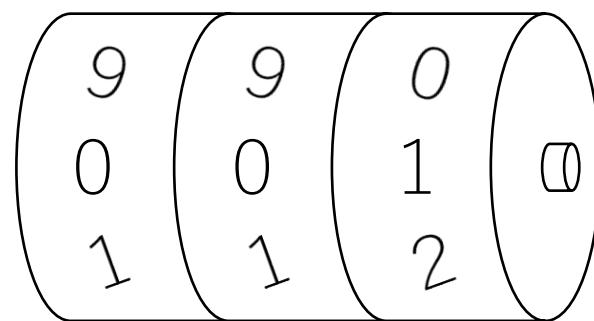


■ 10進数で補数を考える



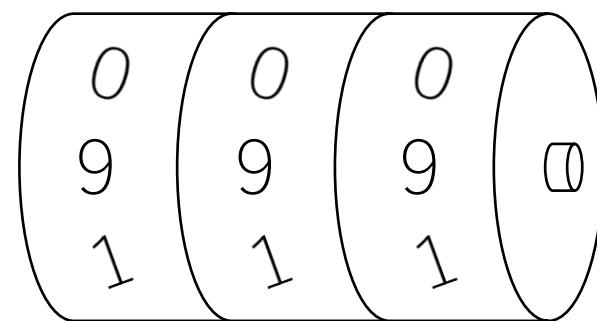
3ケタの10進数のダイヤル
をイメージする

■ 10進数で補数を考える



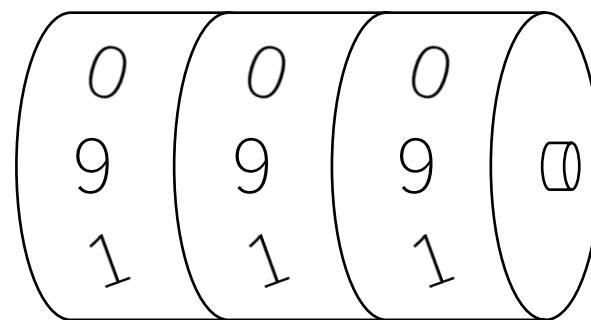
000から1進めると
001になる

■ 10進数で補数を考える



0 0 0 から 1 戻すと
9 9 9 になる
この 9 9 9 で -1 を表す

■ 10進数で補数を考える



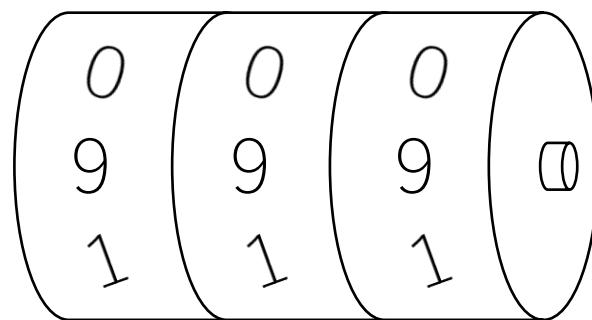
000から1戻すと
999になる
この999を-1を
表すものとする

計算式で-1を表す
999を求めるには
1000から1を引けばよいが

$$1000 - 1 = 999$$

この計算では桁借りが必ず起
きてしまい、機械に計算させ
るのが難しくなる。

■ 10進数で補数を考える



$$1000 - 1 = 999$$

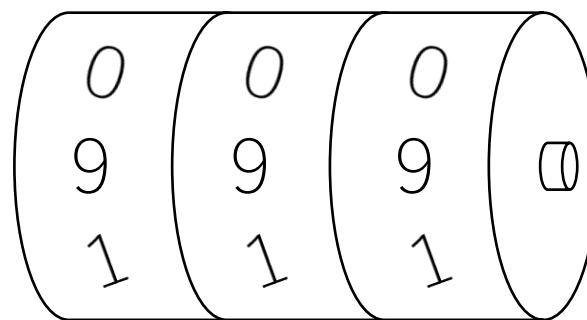
$$1000 - 1 = 999$$

$$999 - 1 = 998$$

000から1戻すと
999になる
この999を-1を
表すものとする

そこで1000より1小さい999を使い、引き算をしても桁借りが起きないようにする。ここでは $999 - 1 = 998$ になる

■ 10進数で補数を考える



000から1戻すと
999になる
この999を-1を
表すものとする

$$1000 - 1 = 999$$

$$1000 - 1 = 999$$

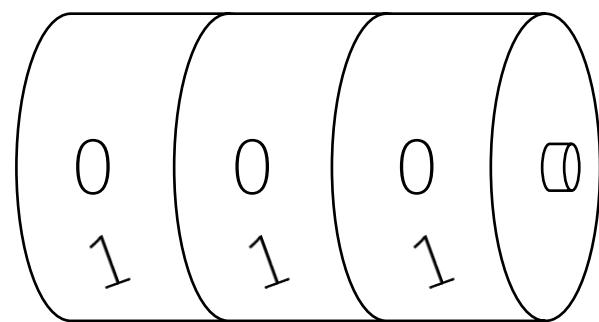
$$999 - 1 = 998$$

$$998 + 1 = 999$$

998は1小さい値なので、つじつまを合わせるために、1を足して999にする。

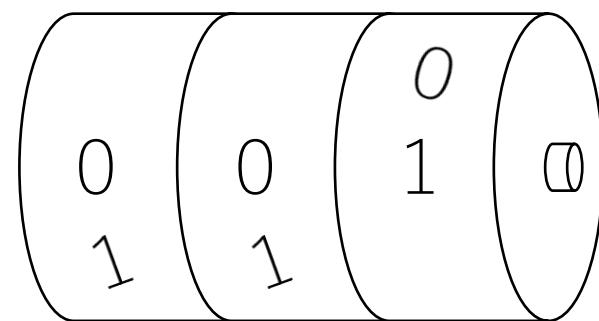
回りくどいことをしているように思えるが、
桁借りをする仕組みを作るよりも楽に計算できる

■ 2進数で補数を考える



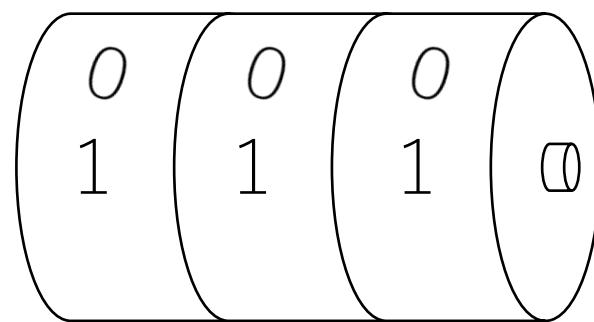
3ケタの2進数のダイヤルを
イメージする

■ 2進数で補数を考える



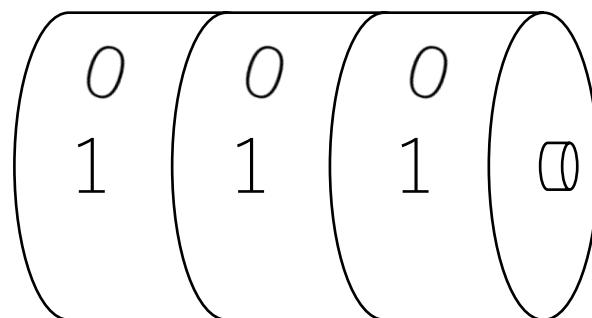
0 0 0 から 1 進めると
0 0 1 になる

■ 2進数で補数を考える



0 0 0 から 1 戻すと
1 1 1 になる
この 1 1 1 で -1 を
表す

■ 2進数で補数を考える

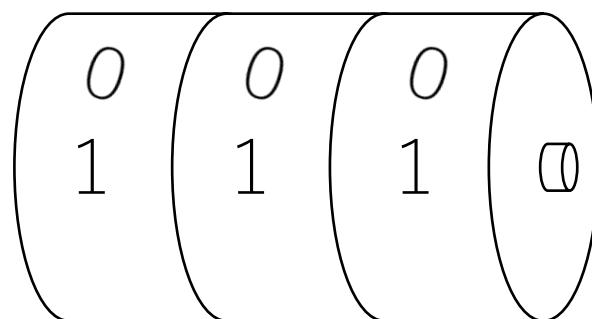


計算式で -1 を表す
1 1 1を求めるには
1 0 0 0から1を引けばよいが

$$1000 - 1 = 111$$

この計算では桁借りが必ず起きてしまい、機械や電子回路などで計算させるのが難しくなる。

■ 2進数で補数を考える



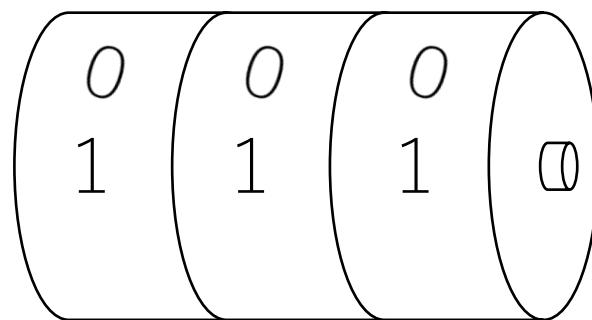
$$1000 - 1 = 111$$

$$1000 - 1 = \textcolor{red}{111}$$

$$\textcolor{red}{111} - 1 = 110$$

1000より1小さい111を使って引き算をして桁借りが起きないようにする。ここでは
 $111 - 1 = 110$ となる。

■ 2進数で補数を考える



$$1000 - 1 = 111$$

$$1000 - 1 = 111$$

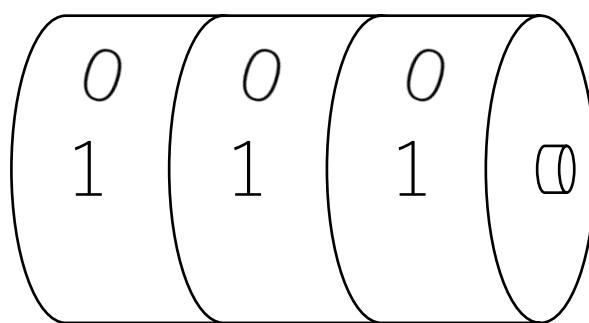
$$111 - 1 = 110$$

$$110 + 1 = 111$$

110は1小さい値なので、つじつまを合わせるために、1を足して、111とする。

回りくどいことをしているように思えるが、
桁借りをする仕組みを作るよりも楽に計算できる

■ 2進数で補数を考える



$$1000 - 1 = 111$$

$$1000 - 1 = 111$$

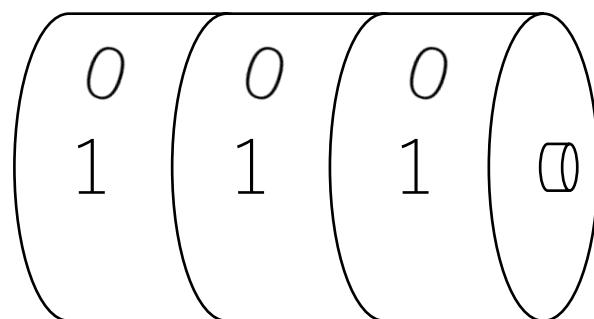
$$111 - 1 = 110$$

$$110 + 1 = 111$$

$111 - 1 = 110$
の過程で、引く値と引いた後の
結果に注目する

$$\begin{array}{r} 111 \\ -001 \\ \hline 110 \end{array}$$

■ 2進数で補数を考える



$$1000 - 1 = 111$$

$$1000 - 1 = 111$$

$$111 - 1 = 110$$

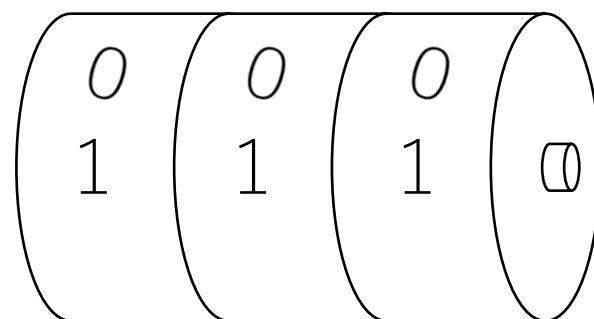
$$110 + 1 = 111$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ - 001 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 001 \\ \downarrow \\ 110 \end{array}$$

111から何か引くと、その結果が、引く値の各桁を反転させたものになる

■ 2進数で補数を考える



$$1000 - 1 = 111$$

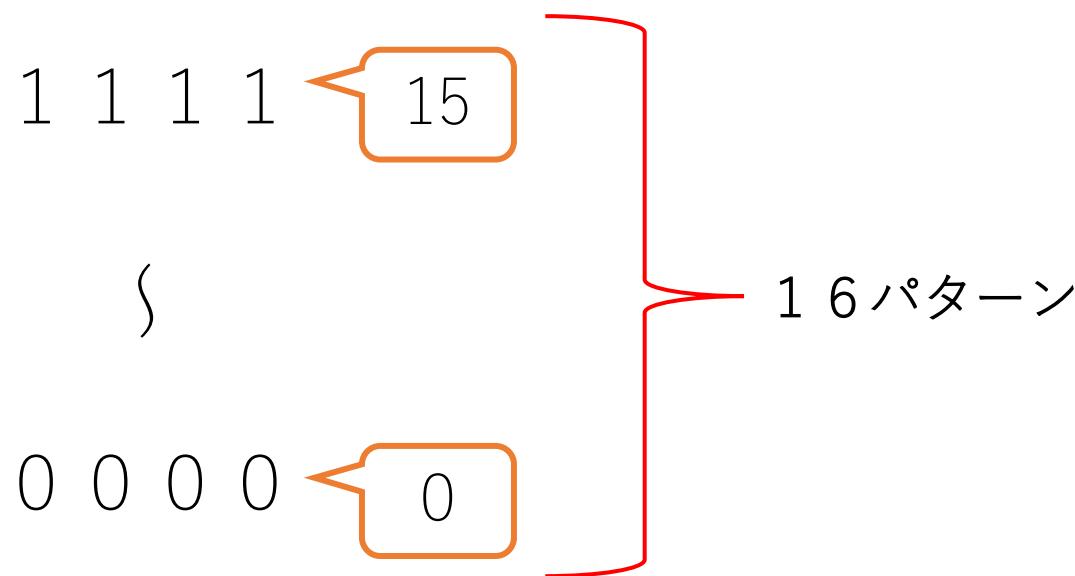
$$\begin{aligned}1000 - 1 &= 111 \\111 - 1 &= 110 \\110 + 1 &= 111\end{aligned}$$

001を反転させて110

$$110 + 1 = 111$$

なので、左の計算をせずに、引く値の各桁を反転させた値に1を足して求められ、回路で用意に実現できる。

■ どこまで負の数を表すか



4 ビットなので、表現できる数は最大
16 パターン。
正の数だけ表すと、0 0 0 0 から 1 1
1 1 の 0 から 15 まで表現できる。

■ どこまで負の数を表すか

1 1 1 1 15

}

0 0 0 0 0

負の数を考える

まず、1 1 1 1 を -1 とする

16パターンの半分くらい負の数が扱え
ればバランスがいい。1～3桁目を0に
した1 0 0 0 の -8 を最小値とする

0 0 0 0
1 1 1 1 -1
}
1 0 0 0 -8

■ どこまで負の数を表すか

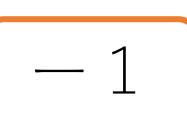
1 1 1 1 

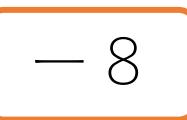
}

0 0 0 0 

0 1 1 1 
}

0 0 0 0

1 1 1 1 
}

1 0 0 0 
}

よって、最大値は4ビット目が0の
最大値、1～3桁目を1にした
0 1 1 1の7となる。

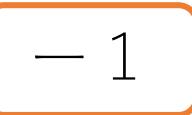
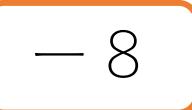
(1 0 0 0～1 1 1 1は負の値で
使っているので使えない)

■ どこまで負の数を表すか

1 1 1 1 

0 0 0 0 

正の数だけの時も、負の数を扱うときも、扱える数は 16 パターンであることには変わらない。

0 1 1 1 
0 0 0 0
1 1 1 1 
1 0 0 0 

16 パターン

■補数を使って減算をする

「5 - 3」を2進数4ケタで補数を使って計算する

5 - 3 は $5 + (-3)$ とする

-3 を求める

3 を2進数にした0011を反転させて1100

それに1を足して

$$1100 + 1 = 1101$$

これが-3になる

5は0101なので、

5 + (-3)を2進数の計算式で表現すると
0101 + 1101となる。

■補数を使って減算をする

$$\begin{aligned}5 - 3 \text{ は } 5 + (-3) \\5 \rightarrow 0101 \\3 \rightarrow 0011 \\-3 \rightarrow 1100 + 1 = 1101\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}0101 \\+ 1101 \\ \hline 10010\end{array}$$

「 $5 - 3$ 」を2進数4ケタで補数を使って計算する
 $5 - 3$ は $5 + (-3)$ とする
-3を求める

3を2進数にした0011を反転させて1100
それに1を足して
 $1100 + 1 = 1101$
これが-3になる

5は0101なので、
 $5 + (-3)$ を2進数の計算式で表現すると
 $0101 + 1101$ となる。

■補数を使って減算をする

$$\begin{array}{l} 5 - 3 \text{ は } 5 + (-3) \\ 5 \rightarrow 0101 \\ 3 \rightarrow 0011 \\ -3 \rightarrow 1100 + 1 = 1101 \end{array}$$

4 桁のダイヤルを回転させるように数を扱っているので、5 桁目の値は無視する。よって 0010 となり、10 進数にすると 2 となる。

$$\begin{array}{r} 0101 \\ + 1101 \\ \hline \textcolor{red}{1}0010 \end{array}$$