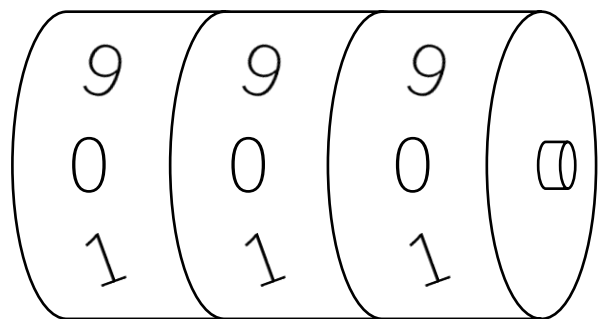
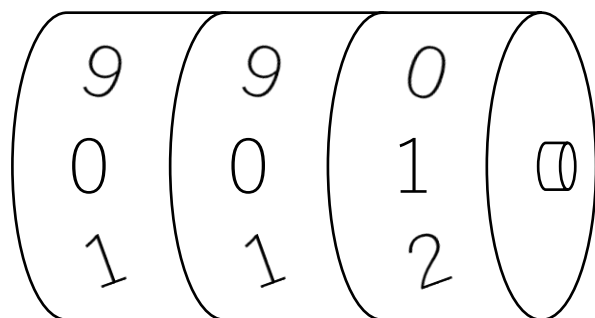


■ 10進数で補数を考える



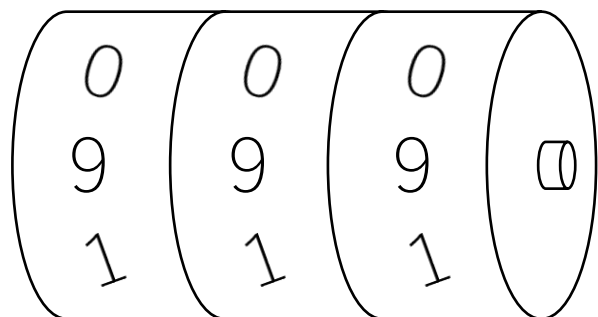
3ケタの10進数のダイヤル
をイメージする

■ 10進数で補数を考える



0 0 0 から 1 進めると
0 0 1 になる

■ 10進数で補数を考える

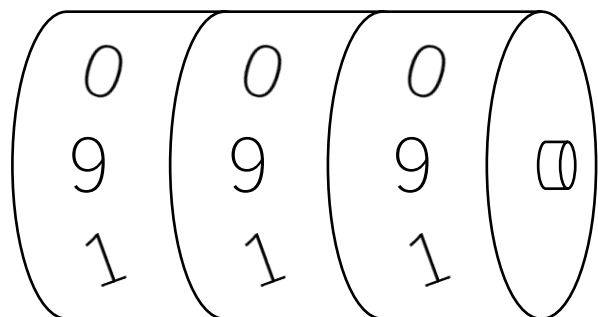


0 0 0 から 1 戻すと

9 9 9 になる

この 9 9 9 で -1 を表す

■ 10進数で補数を考える



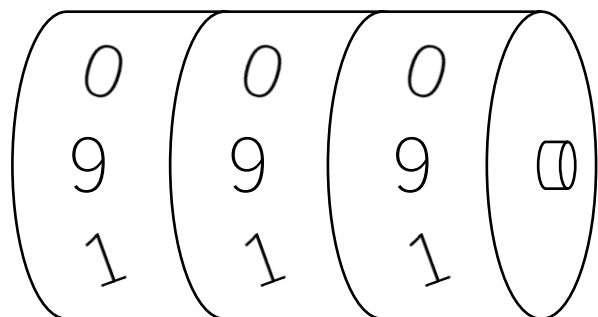
000から1戻すと
999になる
この999を-1を
表すものとする

計算式で-1を表す
999を求めるには
1000から1を引けばよいが

$$1000 - 1 = 999$$

この計算では桁借りが必ず起
きてしまい、機械に計算させ
るのが難しくなる。

■ 10進数で補数を考える



0 0 0 から 1 戻すと
9 9 9 になる
この 9 9 9 を - 1 を
表すものとする

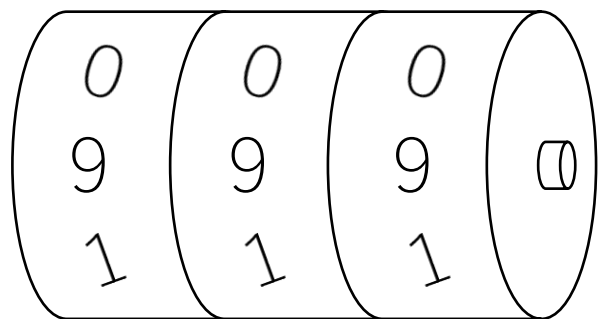
$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 9\ 9\ 9$$

$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 9\ 9\ 9$$

$$9\ 9\ 9 - 1 = 9\ 9\ 8$$

そこで 1 0 0 0 より 1 小さい 9
9 9 を使い、引き算をしても桁
借りが起きないようにする。こ
こでは $9\ 9\ 9 - 1 = 9\ 9\ 8$ にな
る

■ 10進数で補数を考える



000から1戻すと
999になる
この999を-1を
表すものとする

$$1000 - 1 = 999$$

$$1000 - 1 = 999$$

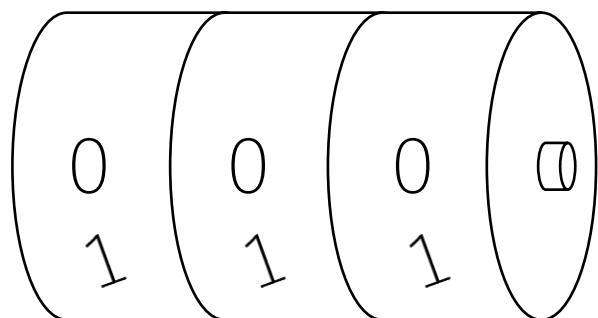
$$999 - 1 = 998$$

$$998 + 1 = 999$$

998は1小さい値なので、つじつまを合わせるために、1を足して999にする。

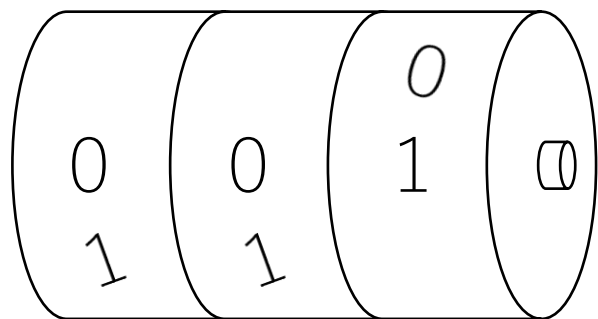
回りくどいことをしているように思えるが、
桁借りをする仕組みを作るよりも楽に計算できる

■ 2進数で補数を考える



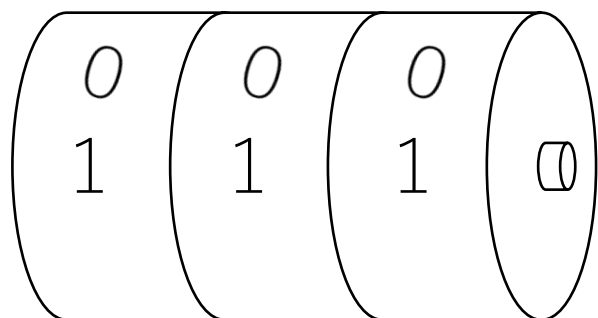
3ケタの2進数のダイヤルを
イメージする

■ 2進数で補数を考える



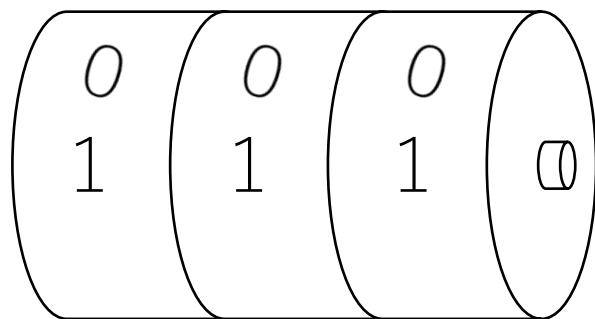
0 0 0 から 1 進めると
0 0 1 になる

■ 2進数で補数を考える



0 0 0 から 1 戻すと
1 1 1 になる
この 1 1 1 で -1 を
表す

■ 2進数で補数を考える



計算式で－1を表す

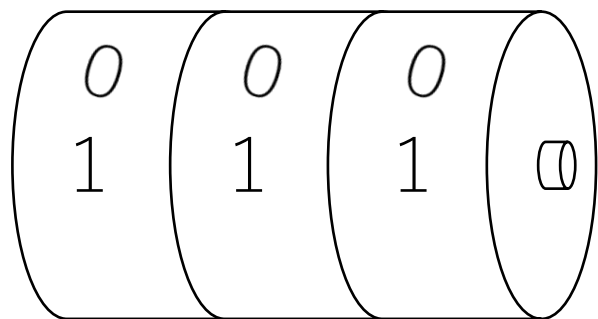
1 1 1を求めるには

1 0 0 0から1を引けばよいが

$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

この計算では桁借りが必ず起きてしまい、機械や電子回路などで計算させるのが難しくなる。

■ 2進数で補数を考える



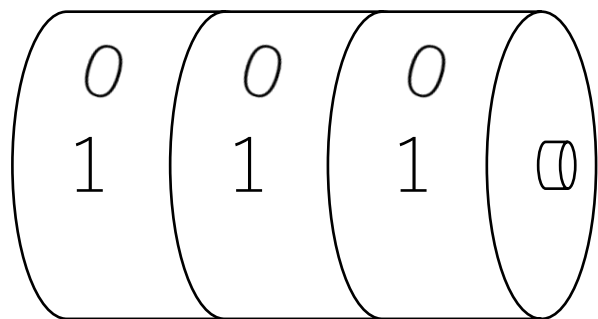
$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = \textcolor{red}{1}\ \textcolor{red}{1}\ \textcolor{red}{1}$$

$$\textcolor{red}{1}\ \textcolor{red}{1}\ \textcolor{red}{1} - 1 = 1\ 1\ 0$$

1 0 0 0 より 1 小さい 1 1 1 を
使って引き算をして桁借りが起
きないようにする。ここでは
1 1 1 - 1 = 1 1 0 となる。

■ 2進数で補数を考える



$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

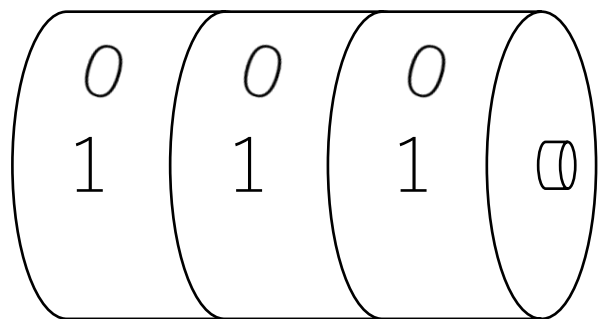
$$1\ 1\ 1 - 1 = 1\ 1\ 0$$

$$1\ 1\ 0 + 1 = 1\ 1\ 1$$

1 1 0 は 1 小さい値なので、つじつまを合わせるために、1 を足して、1 1 1 とする。

回りくどいことをしているように思えるが、
桁借りをする仕組みを作るよりも楽に計算できる

■ 2進数で補数を考える



$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

$$1\ 1\ 1 - 1 = 1\ 1\ 0$$

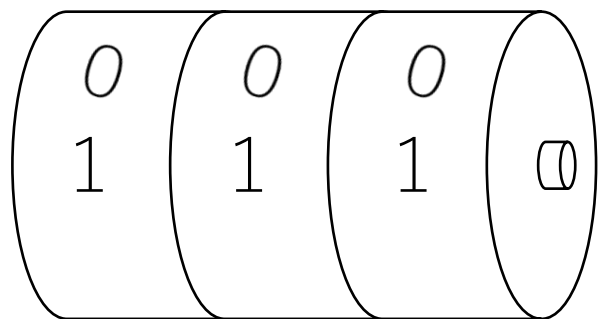
$$1\ 1\ 0 + 1 = 1\ 1\ 1$$

$$1\ 1\ 1 - 1 = 1\ 1\ 0$$

の過程で、引く値と引いた後の
結果に注目する

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ - 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0 \end{array}$$

■ 2進数で補数を考える



$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

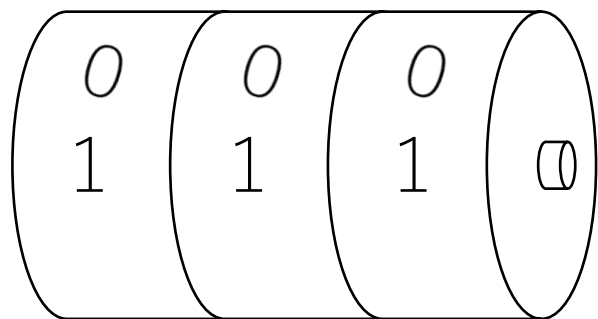
$$1\ 1\ 1 - 1 = 1\ 1\ 0$$

$$1\ 1\ 0 + 1 = 1\ 1\ 1$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ - 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

1 1 1 から何か引くと、その結果が、引く値の各桁を反転させたものになる

■ 2進数で補数を考える



$$1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1$$

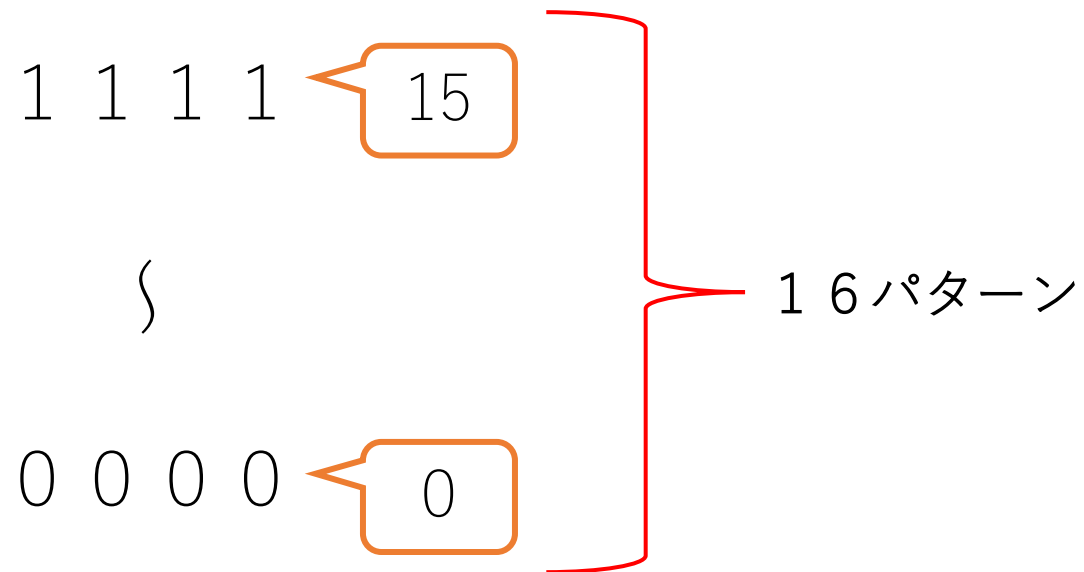
$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0 - 1 = 1\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1 - 1 = 1\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0 + 1 = 1\ 1\ 1 \end{array} \Rightarrow$$

0 0 1 を反転させて 1 1 0

$$1\ 1\ 0 + 1 = 1\ 1\ 1$$

なので、左の計算をせずに、引く値の各桁を反転させた値に 1 を足して求められ、回路で用意に実現できる。

■どこまで負の数を表すか



4 ビットなので、表現できる数は最大
1 6 パターン。
正の数だけ表すと、0 0 0 0 から 1 1
1 1 の 0 から 1 5 まで表現できる。

■どこまで負の数を表すか

1 1 1 1 15

}

0 0 0 0 0

負の数を考える

まず、1 1 1 1 を -1 とする

16 パターンの半分くらい負の数が扱えればバランスがいい。1 ~ 3 桁目を 0 にした 1 0 0 0 の -8 を最小値とする

0 0 0 0
1 1 1 1 -1

}

1 0 0 0 -8

■どこまで負の数を表すか

1 1 1 1 15

}

0 0 0 0 0

0 1 1 1 7

}

0 0 0 0
1 1 1 1 -1

}

1 0 0 0 -8

よって、最大値は4ビット目が0の
最大値、1～3桁目を1にした
0 1 1 1の7となる。
(1 0 0 0～1 1 1 1は負の値で
使っているので使えない)

■どこまで負の数を表すか

1 1 1 1 15

}

0 0 0 0 0

0 1 1 1 7

}

0 0 0 0
1 1 1 1 -1

}

1 0 0 0 -8

16パターン

正の数だけの時も、負の数を扱うときも、扱える数は16パターンであることには変わらない。

■補数を使って減算をする

「 $5 - 3$ 」を2進数4ケタで補数を使って計算する

$5 - 3$ は $5 + (-3)$ とする

-3 を求める

3を2進数にした0011を反転させて1100

それに1を足して

$$1100 + 1 = 1101$$

これが -3 になる

5は0101なので、

$5 + (-3)$ を2進数の計算式で表現すると
 $0101 + 1101$ となる。

■補数を使って減算をする

$$\begin{aligned}
 5 - 3 &\text{は } 5 + (-3) \\
 5 &\rightarrow 0\ 1\ 0\ 1 \\
 3 &\rightarrow 0\ 0\ 1\ 1 \\
 -3 &\rightarrow 1\ 1\ 0\ 0 + 1 = 1\ 1\ 0\ 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 0\ 1\ 0\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 1\ 0
 \end{array}$$

「 $5 - 3$ 」を2進数4ケタで補数を使って計算する

$5 - 3$ は $5 + (-3)$ とする

-3 を求める

3を2進数にした0011を反転させて1100

それに1を足して

$$1\ 1\ 0\ 0 + 1 = 1\ 1\ 0\ 1$$

これが -3 になる

5は0101なので、

$5 + (-3)$ を2進数の計算式で表現すると
 $0\ 1\ 0\ 1 + 1\ 1\ 0\ 1$ となる。

■補数を使って減算をする

$$\begin{aligned} 5 - 3 &\text{は } 5 + (-3) \\ 5 &\rightarrow 0\ 1\ 0\ 1 \\ 3 &\rightarrow 0\ 0\ 1\ 1 \\ -3 &\rightarrow 1\ 1\ 0\ 0 + 1 = 1\ 1\ 0\ 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \textcolor{brown}{1}\ 0\ 0\ 1\ 0 \end{array}$$

4桁のダイヤルを回転させるように数を扱っている
ので、5桁目の値は無視する。よって0010
となり、10進数にすると2となる。